

# 2023 年【科學探究競賽-這樣教我就懂】

## 普高組 成果報告表單

題目名稱：歐拉圓舞曲 – 歐拉旋轉定理探討與說明

### 一、摘要

此實驗探討不同曲率的透鏡發生歐拉旋轉運動時，軌跡與持續時間的不同。我們利用木板，固定透鏡滑動時與地面的夾角與高度，以確保其他變因的影響最小。將手機紀錄的影像輸入 Tracker 以獲得軌跡與持續時間。分析曲率與持續時間的關係以及曲率與軌跡的關係。

### 二、探究題目與動機

掉在地上的瓶蓋或硬幣，常會在原地旋轉，產生的轉動軌跡十分特殊，轉動過程中轉速漸增，最後快速停下。我們十分好奇其中的科學原理，所以決定尋找相關知識並參閱文獻資料。我們發現此現象關係到足球定理(Satz vom Fussball)或稱歐拉旋轉定理(Euler's rotation theorem)，為了得知更多與這類物品旋轉時轉動軌跡的變化及原理，我們進行更深入的研究。

### 三、探究目的與假設

1. 目的：實驗用玻璃透鏡表面曲率對轉動時側視傾角和軌跡的影響
  - (1) 比較不同接觸面曲率(凸、凹)之透鏡的軌跡圖與側視傾角之變化
  - (2) 比較凸、凹、平面三種接觸面在旋轉時的軌跡圖與側視傾角變化
2. 假設：凸透鏡傾角下降至轉動後期，曲率愈小，於轉動時間後段傾角下降速度較慢與軌跡點位置愈密集(後期：凸透鏡轉子單點著地，成為旋轉運動直至旋轉結束；凹透鏡無法單點著地)

### 四、探究方法和驗證步驟

1. 實驗材料：L 型木板、鐵架、玻璃板、手機、玻璃透鏡(雙凸透鏡 1 片、平凹透鏡 1 片、凸凹透鏡 1 片)、鐵夾
2. 裝置架設：如圖所示



(圖一) 實驗裝置

3. 使用軟體: Tracker、Excel

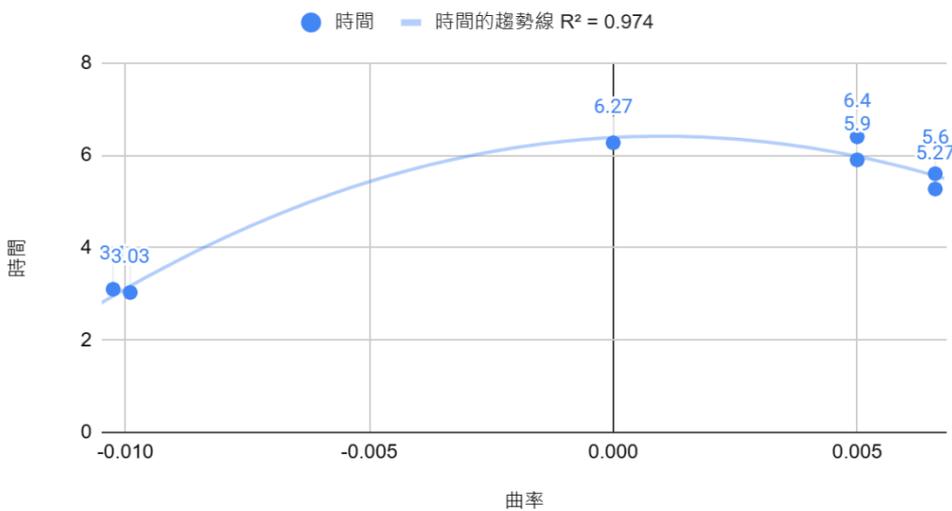
4. 實驗流程:

- (1) 取得兩片木板(27\*40)及一條木製長方塊
- (2) 裁切木方塊，並用熱熔膠固定成 L 型直角
- (3) 放置並調正玻璃板位置，並放置白紙方便觀察
- (4) 用鐵架及鐵夾固定手機
- (5) 用鐵架及鐵夾使 L 型木板固定
- (6) 調整 L 型木板與地面的夾角
- (7) 找到透鏡在 L 型木板上滑下時不會超出玻璃板的位置並劃記在木板上
- (8) 開啟手機錄影(平視加俯視)，將各種透鏡正中心及邊界各標記一點，並將其從 L 型木板上滑下
- (9) 以 Tracker 記錄標記點的軌跡座標數據，匯入 Excel 分圈作圖
- (10) 以球徑計測量各種透鏡的曲率

5. 實驗結果:

(1) 透鏡朝下面曲率與持續時間的關係圖

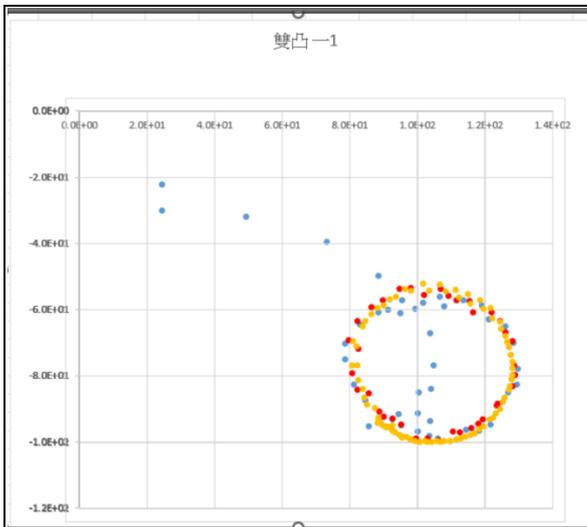
縱軸：時間，橫軸：曲率



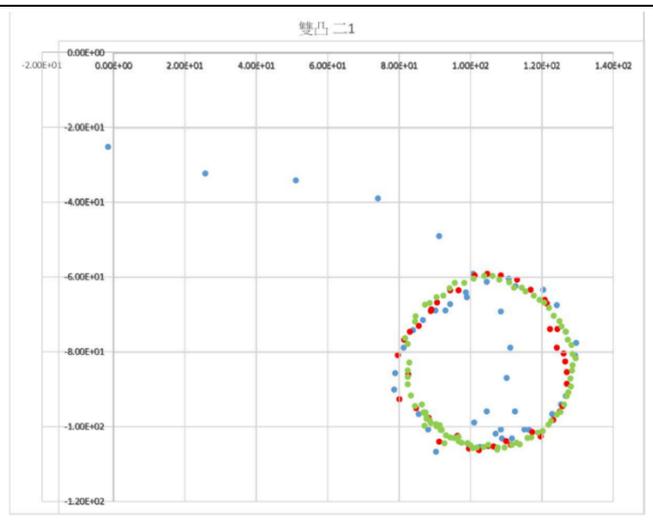
(圖一) 曲率與持續時間的關係

由上圖可知，曲率對時間有顯著影響，且不論是凹面或凸面，初步推測曲率對持續時間的關係二次曲線的關係

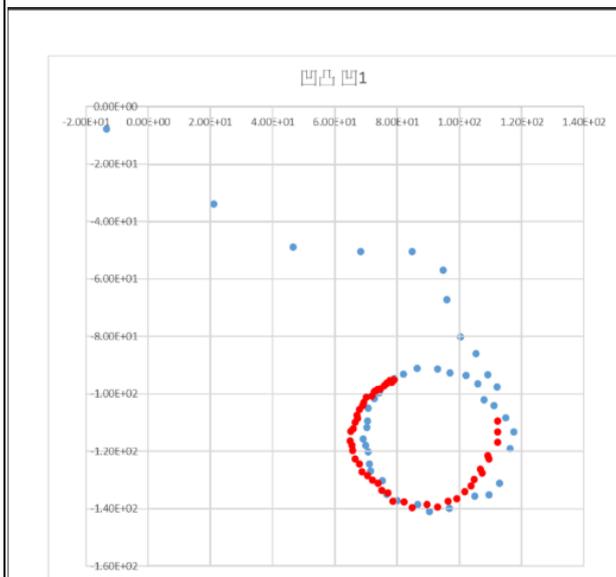
(2)各種透鏡的俯視軌跡圖(同一顏色為一圈)



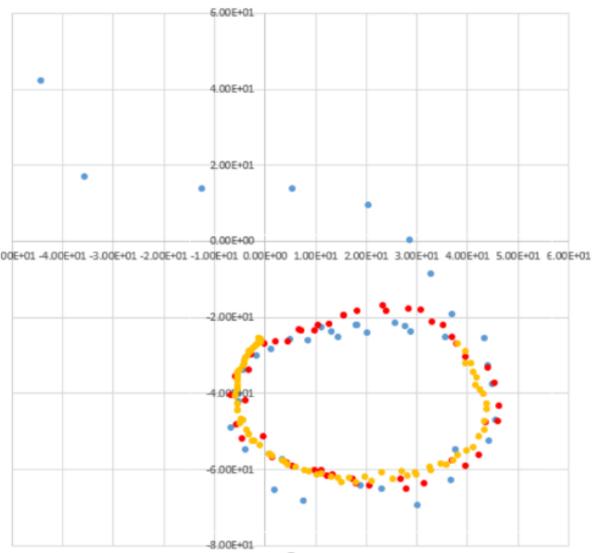
(圖三)雙凸透鏡俯視圖，凸面朝下



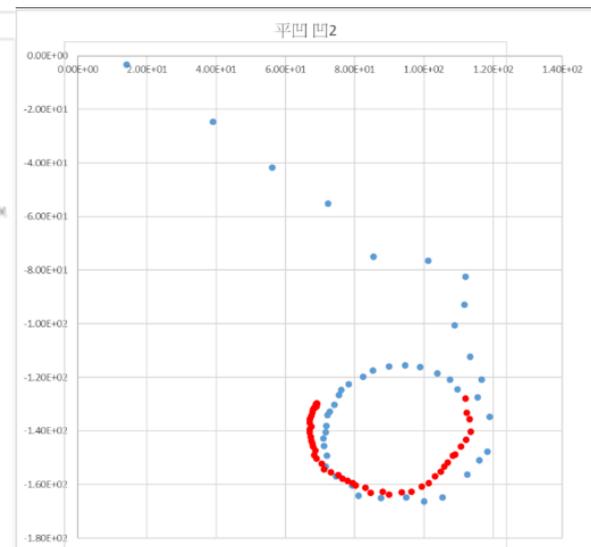
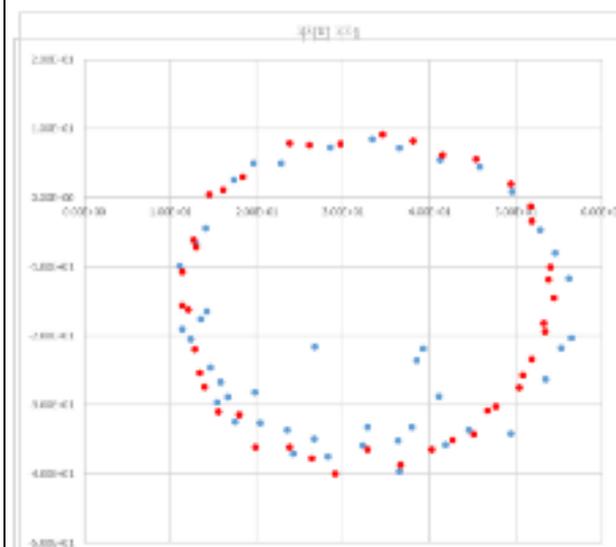
(圖四)雙凸透鏡俯視圖，凸面朝下



(圖三)凹凸面鏡俯視圖，凹面朝下



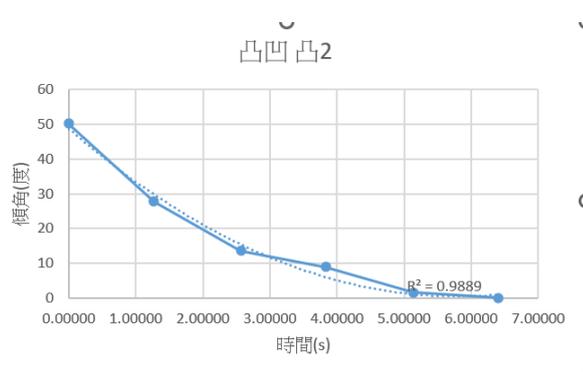
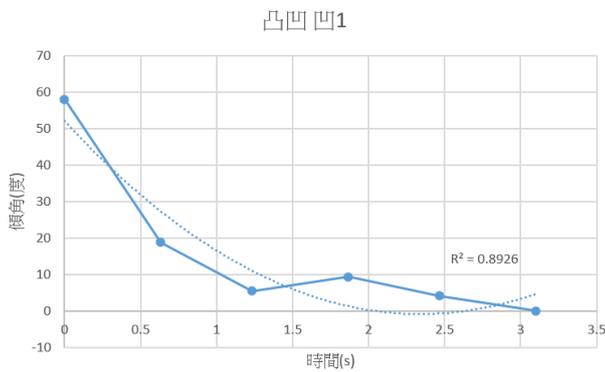
(圖四)凹凸透鏡俯視圖，凸面向下



(圖五)平凹透鏡俯視圖，平面朝下

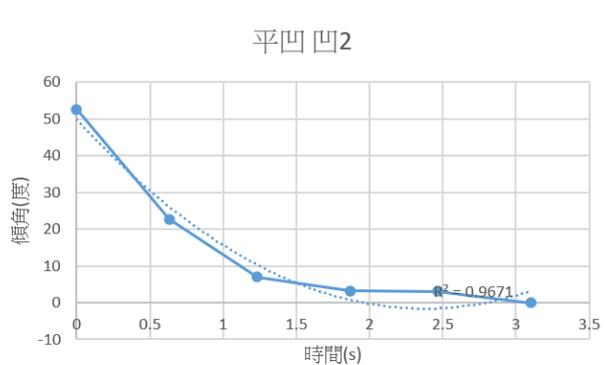
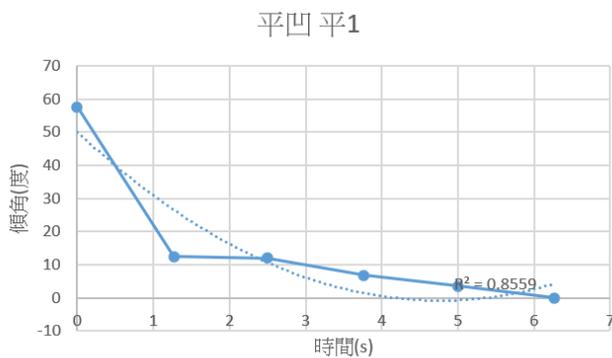
(圖六)平凹透鏡俯視圖，凹面朝下

(3) 各種透鏡平視傾角和時間關係圖



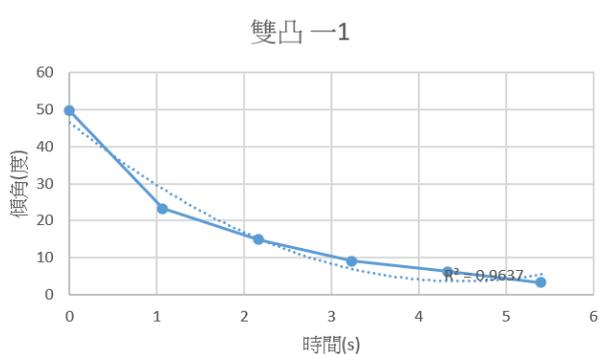
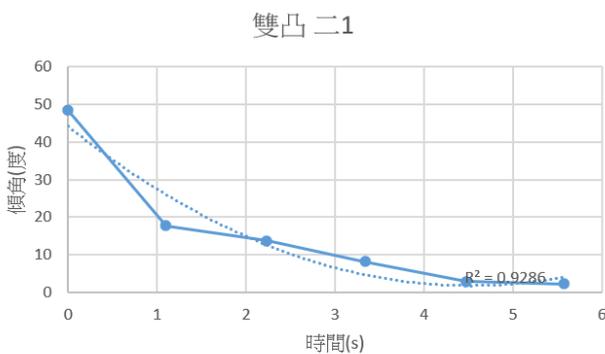
(圖七)凸凹透鏡凹面朝下

(圖八)凸凹透鏡凸面朝下



(圖九)平凸透鏡平面朝下

(圖十)平凹透鏡凹面朝下



(圖十一)雙凸透鏡凸面向下

(圖十二)雙凸透鏡凸面向下

我們發現凸面和平面朝下的持續時間比較長，且所作的三組凸面朝下的都有旋轉至第三圈，而平面朝下以及凹面朝下的僅旋轉至第二圈而已。從形狀部分推測是因為凹面朝下和平面朝下的透鏡，它們的形狀不太對稱，所以重心位置較偏向於透鏡的下方。當透鏡進行歐拉旋轉運動時，由於重心位置的影響，透鏡更容易傾斜，從而增加摩擦力，消耗旋轉的動能，進而導致旋轉圈數較少的現象。而凸面朝下的透鏡，由於其

形狀較為對稱，重心位置較為接近透鏡中心。因此，在轉子進行旋轉時，透鏡更容易保持平衡，減少了摩擦力的影響，因此旋轉圈數較多。從空氣阻力部分推測是因為凸面朝下的透鏡形狀較為尖銳，相對來說側邊空氣阻力較小，因此旋轉圈數較多；而凹面朝下和平面朝下的透鏡形狀較為平滑較厚，空氣阻力相對較大，因此旋轉圈數較少。另外，從圖中曲率與持續時間的趨勢線推測兩者為二次關係(值約為 0.97)。接著，從角度方面能發現凹面朝下旋轉之透鏡在第一秒末時，角度已快速下降約 10 度；而平面、凸面朝下之透鏡則下降約 20 度，另外凸面朝下之透鏡至第 3 秒才降至 10 度，平面則約 1.3 秒才降至 10 度。推測是因為當凸透鏡與凹凸透鏡的凸面朝下時，其表面較容易與玻璃板平面產生接觸或摩擦，導致旋轉的阻力增加，進一步導致旋轉速度減慢，而後改變為單點著地旋轉，角度變化也隨之減慢。

## 五、結論與生活應用

### 1. 結論:

- (1) 曲率對持續時間的關係接近為二次關係，平面和凸面持續時間越長，凸面旋轉圈數較多
- (2) 凸面朝下的角度下降較緩慢，而凹面和平面下降的角度較快速(先快後慢)。

### 2. 生活應用:

- (1) 電風扇的設計：電風扇的風扇葉片形狀和角度(也就是表面的曲率)可以影響風扇產生的風速和風量。此實驗可以用來評估不同風扇葉片形狀和角度對持續旋轉時的風速和風量的影響。
- (2) 機械零件的加工：機械零件的表面加工粗糙度可以影響零件之間的摩擦力和磨損程度，此實驗可以用來評估不同表面粗糙度對持續旋轉時的磨損程度和效率的影響。

## 參考資料

[歐拉盤 - 維基百科，自由的百科全書 \(wikipedia.org\)](https://zh.wikipedia.org)