

2023年【全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

國中組 成果報告表單

題目名稱：n×n正方形四角之最大和

一、摘要

本遊戲運用「一筆畫遊戲」「漢米爾思路徑」為想法，以路徑通過的第一格方格為1，第二格為2，第三格為3.....以此類推，並將四個角的數字加總，尋找出n×n正方形中的四角最大和。我們發現運用由內到外的螺旋形畫法可以找出最大值以及規律，最後依照規律，推論出最快速方便的公式。

二、探究題目與動機

相信許多人一定曾經玩過「一筆畫遊戲」，遊戲內容是要用一筆畫將正方形方格全部連起來，老師上課曾經提到過這個遊戲，並且在一筆畫遊戲的基礎下，增加了新的規則，也就是在線經過的格子，依序加上數字，最後再將四個角的數字總和，數字總和越大的就獲勝。

三、探究目的與假設

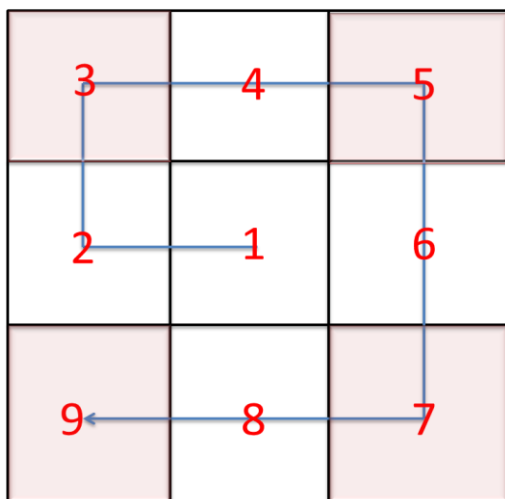
我們想知道一筆畫遊戲中四個角的最大和，因此我們繪製多種圖表，並且實際操作、計算，以下為我們探討的問題。

- 一、是否有規律的一筆畫走法使四角和為最大值？
- 二、在找出有規律的走法後進而推導出公式。

四、探究方法與驗證步驟

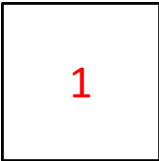
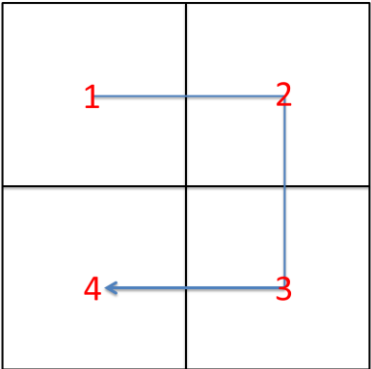
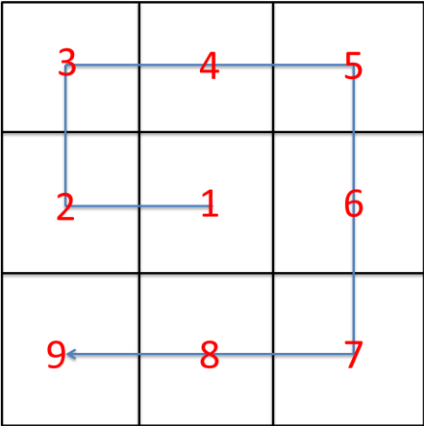
一、遊戲說明

用一筆畫通過n×n正方形，通過的第一格稱為1，通過的第二格稱為2.....以此類推，再加總四個角落的數字和，並尋找其最大值(如下圖)。

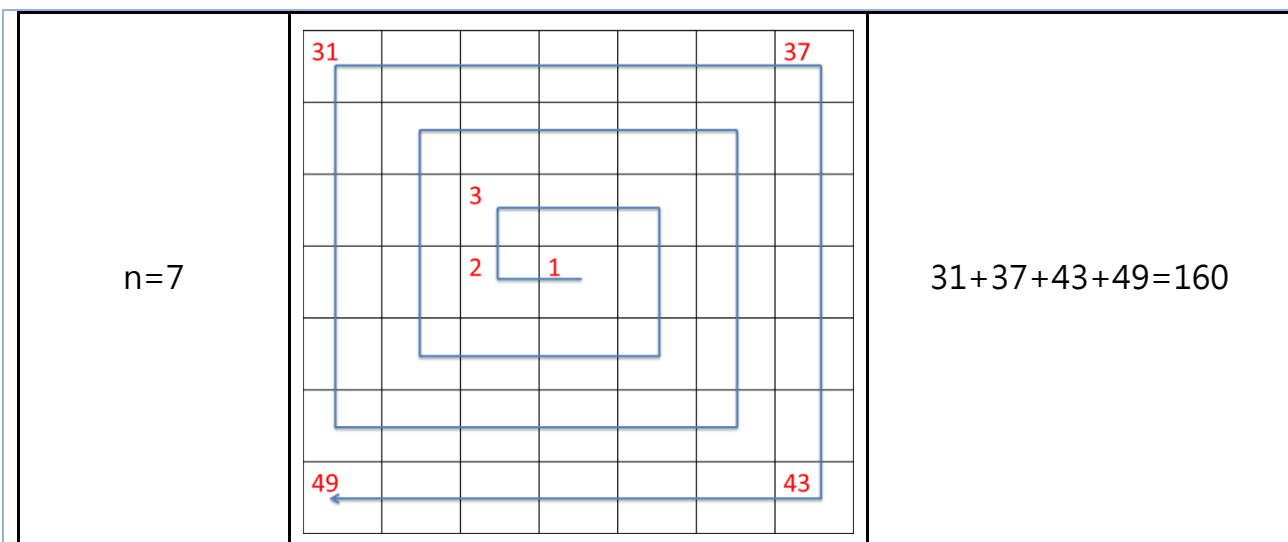


$$\text{四角數字和} = 3 + 5 + 7 + 9 = 24$$

二、我們的想法

n x n正方形	計算圖示	計算結果
n=1		1
n=2		$1+2+3+4=10$
n=3		$3+5+7+9=24$

<p>n=4</p>		$7+10+13+16=46$
<p>n=5</p>		$13+17+21+25=76$
<p>n=6</p>		$21+26+31+36=114$



1. 名詞定義 <開始數>:

正n邊形(n > 1)的四角和必為a+b+c+d(a < b < c < d) · 此時將a定義為開始數。

2. 由上表可觀察到開始數=(n-3)n+3

$$\text{第二個數} = \text{開始數} + (n-1) = (n-3)n+3+(n-1) = n^2-2n+2$$

$$\text{第三個數} = \text{第二個數} + (n-1) = n^2-2n+2+(n-1) = n^2-n+1$$

$$\text{第四個數} = \text{第三個數} + (n-1) = n^2-n+1+(n-1) = n^2$$

$$\text{總和} = (n-3)n+3+n^2-2n+2+n^2-n+1+n^2$$

$$= 4n^2-6n+6$$

$$= 2(2n^2-3n+3)$$

三、公式驗證

1. n=2時:

$$\text{總和} = 2(2 \times 4 - 6 + 3) = 10$$

2. n=3時:

$$\text{總和} = 2(2 \times 9 - 9 + 3) = 24$$

3. n=4時:

$$\text{總和} = 2(2 \times 16 - 12 + 3) = 46$$

4. n=5時:

$$\text{總和} = 2(2 \times 25 - 15 + 3) = 76$$

5. n=6時:

$$\text{總和} = 2(2 \times 36 - 18 + 3) = 114$$

6. n=7時:

$$\text{總和} = 2(2 \times 49 - 21 + 3) = 160$$

五、結論與生活應用

在反覆的實驗後，我們發現使用螺旋形的一筆畫走法可使四角和為最大值且具有規律性，運用實驗結果整理出公式為 $2(2n^2-3n+3)$

參考資料

中華民國第 56 屆中小學科學展覽會