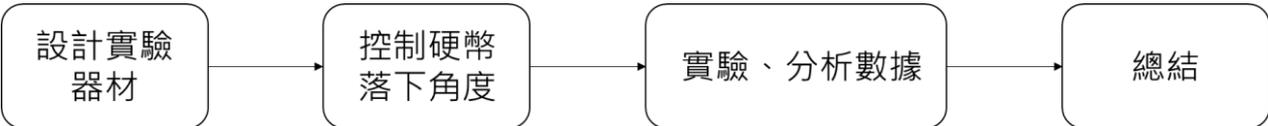


# 2023 年【科學探究競賽-這樣教我就懂】

## 普高組 成果報告表單

<b>題目名稱：天旋「幣」轉 - 探討硬幣落下角度與其位移之關係</b>
<b>一、摘要</b>
硬幣落下有千百種可能，此探究嘗試研究出硬幣落下的模式，探討了硬幣以不同角度自由落體的彈跳情形。起初嘗試探究斜拋硬幣，但因變因不易控制而簡化成垂直落下，接著用 tracker 分析了硬幣的彈跳情形，發現硬幣彈起的高度在同高度落下時都相差不多，而位移量則是與角度間有正相關，但越接近 60 度時，位移量浮動越大，而 90 度和 0 度落下則相對十分穩定。我們對這個情況進行了能量分析，發現硬幣的轉動速度、轉動方向、撞擊角度這三者為影響硬幣彈跳情形的關鍵
<b>二、探究題目與動機</b>
在夜市中有一種小遊戲(以下稱為擲硬幣)其目標為：「在一定距離外將硬幣投擲並使之停留在一定區域上」，擲硬幣看似簡單，但實際玩過便會發現其中困難，硬幣總是不停留在原地而是繼續向前彈出，而就當自己已經要放棄的時候，奸詐的老闆又會出來示範這個遊戲而且幾乎都會成功，引誘顧客繼續遊玩，這就讓我們不禁好奇：「老闆是否掌握了某種訣竅讓自己能夠一直成功」，因此我們便想找出到底能讓硬幣停留在原地的關鍵是什麼
<b>三、探究目的與假設</b>
探究目的：探討硬幣於不轉動垂直落下時，找出最不偏離初始下落點的角度 探究假設：硬幣和地面夾角越小時，越不偏離初始下落位置
<b>四、探究方法與驗證步驟</b>
<b>一、探究架構</b>
 <pre>graph LR; A[設計實驗器材] --&gt; B[控制硬幣落下角度]; B --&gt; C[實驗、分析數據]; C --&gt; D[總結]</pre>
<b>二、探究過程</b>
在一開始，我們想試著自己發現所謂的「老闆的訣竅」，因此就自己布置了能模擬此遊戲的空間，進行多次體驗並利用相機錄製後，雖然經過多次嘗試及收集足夠資料後，但仍沒有發現任何「老闆的訣竅」，不過有一項比較特別的發現：「儘管落地速度不盡相同，但有接近的落地方向和角度的硬幣，似乎有著較為相似的彈跳情形」，因此我們就決定這次的探究要從「硬幣落下角度和硬幣彈跳方式間的關係」下手，而直接進行擲硬幣的模擬實驗分析起來又會過於複雜，且變因不易操控，所以我們決定從變因較少的不轉動垂直掉落著手探究
<b>三、實驗器材</b>
10 元硬幣、支撐架、固定夾、釋放裝置、黑幕(切割墊)、線、重物(砝碼)、相機(120fps 與

960fps)、量角器、粉筆、tracker、excel

#### 四、實驗方法

利用實驗裝置讓硬幣以同高度、不同釋放角度(即落地角度)進行不旋轉的釋放，並以相機進行拍攝，接著利用「 tracker 」收集數據(落地角度、彈跳高度、第一次彈跳距離、總彈跳過程移動距離)，最後將數據用「 excel 」進行整合、比較及分析

#### 五、實驗步驟

##### (一)架設裝置

- 1、將兩支撐架架設好並裝上釋放裝置
- 2、在硬幣釋放點投影到桌面(即位於釋放點之正下方)的前後各畫上 5 條間隔 3 公分的校正線
- 3、在硬幣釋放處後方放上切割墊當作黑幕以降低分析時的背景干擾
- 4、在黑幕旁將一重物以細繩懸吊作為數據分析時判斷鏡頭是否平行地面
- 5、架設完成如圖一



圖一 實驗器材照

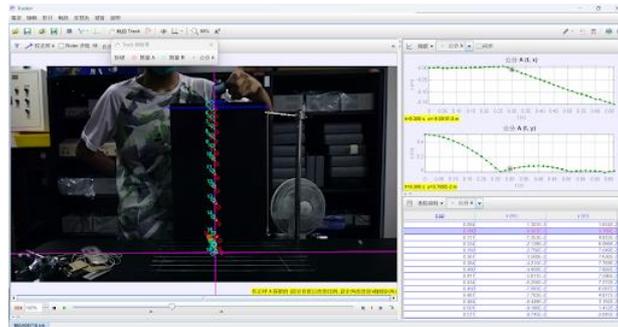
##### (二)樣本收集

- 1、將硬幣固定於釋放裝置並測量角度(誤差為 $\pm 1^\circ$ )
- 2、釋放硬幣並以相機錄製
- 3、將硬幣在  $0^\circ$ 至  $90^\circ$ 以  $15^\circ$ 為間隔分為 7 組，每組各進行 10 次以上步驟即完成數據收集

##### (三)樣本分析與數據統整

- 1、將影片匯入「 tracker 」
- 2、測量硬幣之落地角度，將誤差過大( $\pm 1^\circ$ )之數據剔除

- 3、將黑幕之寬度作為測量距離的基礎線
- 4、將硬幣兩端各點上一質點，並以兩質點連線之中點為質心位置，後續數據也將以質心為準
- 5、將一直角坐標軸對齊懸吊繩並將原點置於硬幣落地點(質心最低處)後，「tracker」會自動將數據跑出來(如圖二)



圖二 tracker 分析畫面

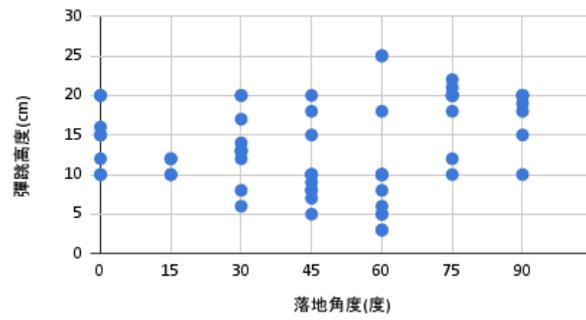
- 6、將各個樣本之數據(落下角度、第一次彈跳高度、第一次彈跳之位移、落地至靜止之位移)以校正線輔助計算實際距離後匯入「excel」
- 7、利用「excel」將數據統整並製作為圖表以利分析

## 六、數據分析

在我們觀察實驗並將數據整理為表格及圖表後我們有了以下的發現：

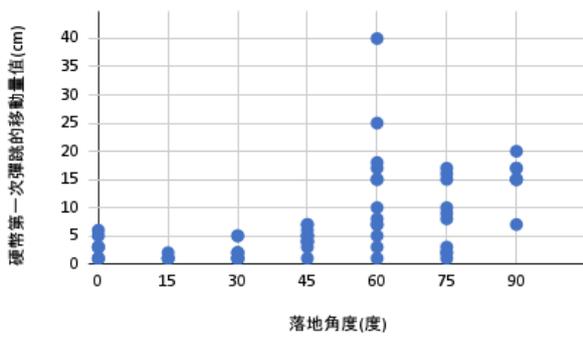
- (一)所有樣本硬幣的彈跳位移方向均往與地面夾角較小的方向
- (二)從圖三可以發現，儘管落地角度不同，彈跳高度依然接近，而由於硬幣的落下高度皆相同，即和地面撞擊前之能量總和皆相同，因此關鍵就在於硬幣其餘的能量必定轉變為轉動動能及動能，進而影響後續的彈跳狀況
- (三)從圖四、圖五可以發現，無論是第一次彈跳或是整個彈跳過程，落地角度和硬幣的位移量均呈現明顯的正相關，這和我們當初的假設相同
- (四)配合圖三、圖四、圖五可以觀察到  $60^\circ$  的數據浮動很大，而我們猜測造成  $60^\circ$  會是最不穩定角度的原因有可能是硬幣落地時會有碰地次數的差異，硬幣有可能如模擬圖一(圖六)一樣只撞地面一下，也有可能如模擬圖二(圖七)一樣撞兩下，也有可能撞擊更多下，而越偏向  $0^\circ$ 、 $90^\circ$  則碰地次數則碰撞次數變動越低

落下角度對彈跳高度

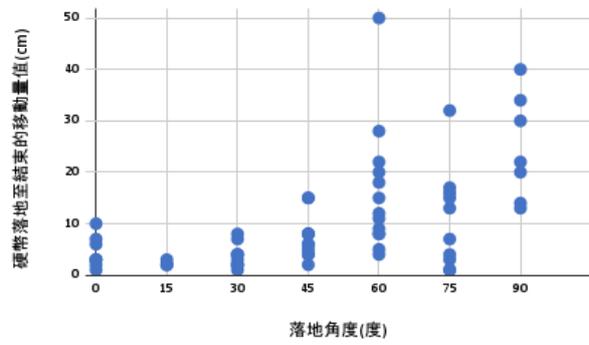


圖三 落下角度對於彈跳高度並無大幅影響

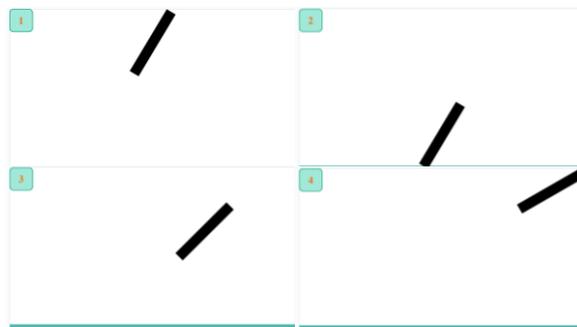
落下角度對硬幣移動量(第一次彈跳)



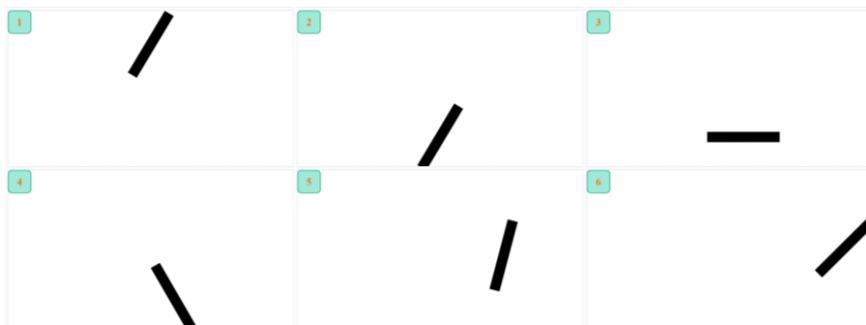
落下角度對硬幣移動量(落地至結束)



圖四(左)與圖五(右) 落下角度對於硬幣水平位移呈正相關



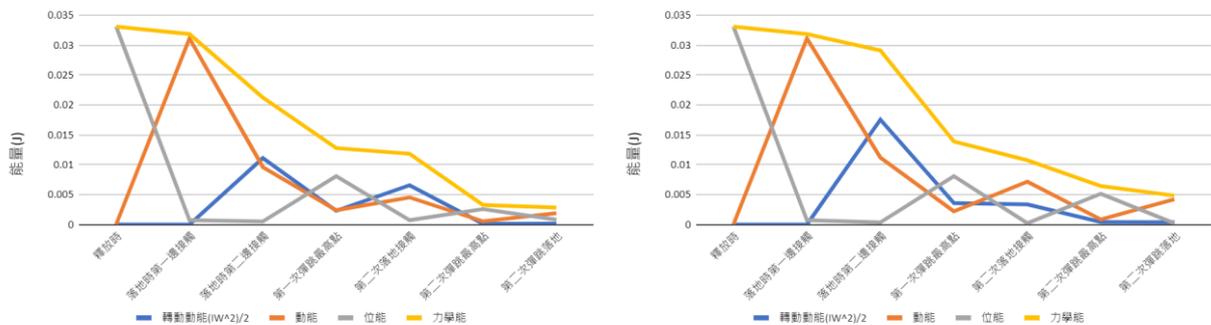
圖六 硬幣敲擊一次即彈出的示意圖



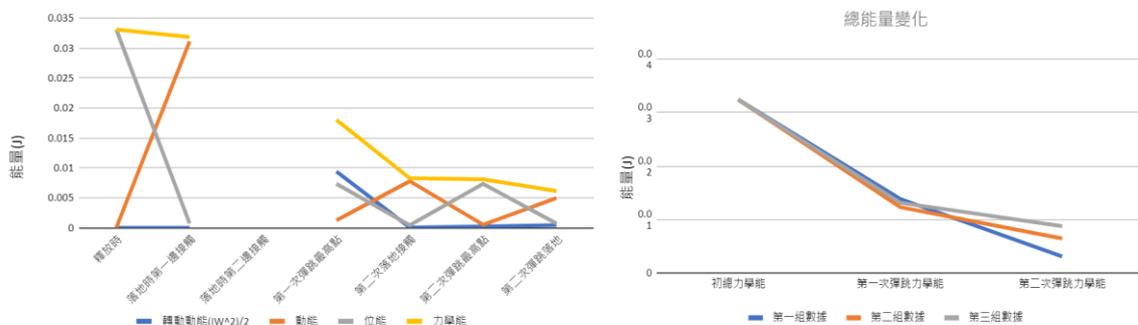
圖七 硬幣敲擊兩次後彈出的示意圖

(五)而為了探討為何 60°數據浮動特別大，我們便使用 960fps 的相機拍攝硬幣於落地角度為 60°時的彈跳狀況，進行觀察及能量分析後我們有了以下發現(以下實驗硬幣皆為左方和桌面夾角較小且向左方彈跳)：

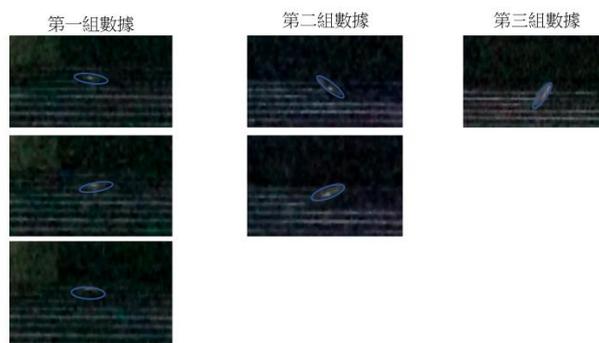
- 1、圖八、圖九、圖十為三個 60°樣本的能量分析，可以發現在第一次的彈跳過程中只有轉動動能有明顯差異，且圖八、圖九撞擊桌面兩次，圖十僅撞擊桌面一次所以第二次邊接觸為無數據
- 2、第二次彈跳的位移量及彈跳高度皆為第三次>第二次>第一次
- 3、觀察影片時發現，撞擊一次的(第三組數據)硬幣轉速最快且方向為逆時針，而其餘撞擊兩次的兩組數據轉速則較慢且為順時針
- 4、圖十一為三組數據的總能量趨勢圖，圖十二為三組硬幣的第二次落地瞬間撞擊情形，觀察後可以發現，硬幣撞擊越多下損失的能量則越多，而影響第二次落地撞擊次數不同的因素為第一次彈跳時的情形：轉動速度、落地角度會同時影響硬幣撞擊桌面時，所受到的正向力大小，而導致硬幣彈跳高度不同，轉動速度、轉動方向、落地角度三者則會同時影響硬幣撞擊桌面時所受到的摩擦力大小及方向，進而影響硬幣水平方向的加速度大小，而這些均是會影響位移量的因素
- 5、將轉動動能對位移量和第二次彈跳高度的關係整理為圖表(圖十三、圖十四)後，發現有著正相關的關係，這也佐證了我們於第四點時的說明



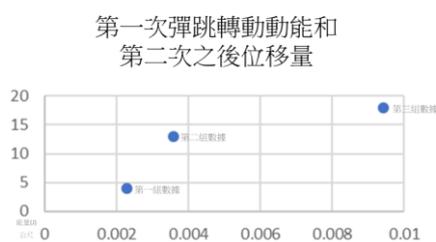
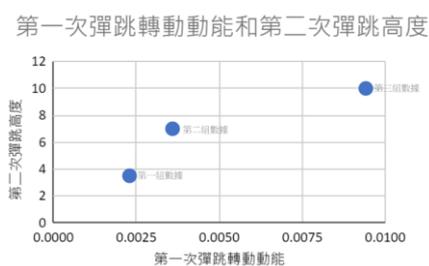
圖八(左)、圖九(右) 第一組及第二組硬幣的能量分析圖



圖十(左) 三組數據能量分析圖(第一次落下僅碰撞一次)、圖十一(右) 總力學能遞減情形



圖十二 第二次落地瞬間情形，其中第一組撞擊三次；第二組撞擊兩次；第三組撞擊一次



圖十三、圖十四 硬幣第一次彈跳轉動動能和第二次彈跳的高度、位移量均呈現正相關

## 五、結論與生活應用

綜合以上的實驗及分析，我們為這次探究提出了下列兩點結論：

- 一、硬幣於垂直不轉動落下時，角度大小與位移量大小成正相關
- 二、硬幣轉動落地時的轉動速度及撞擊角度會影響所受到桌面給予的摩擦力及正向力大小，進而影響硬幣的位移量

生活應用：

可以利用這些對於硬幣落地彈跳的理解來設計園遊會的小遊戲等，既能增加園遊會的遊戲多樣性，也能讓遊玩的遊客和我們一起體會硬幣彈跳的奧秘

## 參考資料

<https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.664.2380&rep=rep1&type=pdf>