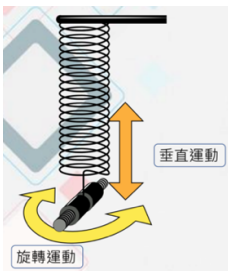


## 2023 年【科學探究競賽-這樣教我就懂】

### 普高組 成果報告表單

<b>題目名稱： 愛的魔力轉圈圈—韋氏擺到底有什麼魔力？</b>											
<b>一、摘要</b>											
<p>本實驗旨在設計簡單的實驗來更加了解韋氏擺，並解答我們對韋氏擺的一些疑問。我們運用生活周遭可取得的材料製作實驗裝置，並以手機拍攝和科學軟體 Tracker 獲得數據。實驗後，我們發現彈簧的彈性係數不會受到垂掛物重量的影響，但彈簧愈粗，彈性係數愈大；而垂掛物愈輕、所使用彈簧愈粗，韋氏擺垂直運動頻率和水平轉動頻率皆愈大。</p>											
<b>二、探究題目與動機</b>											
<p>我們平常在網路上瀏覽影片時，偶然看見了韋氏擺的實驗影片，覺得非常有趣，也對它產生了一些好奇和疑問。因此我們自己設計了簡單的實驗來更加了解韋氏擺，並尋找疑問的解答。</p>											
<b>三、探究目的與假設</b>											
<p>根據 Miro Plavčić , Paško Županović and Željana Bonačić Lošić (2009, August 20) 的論文，韋氏擺是在 1895 年由韋爾伯福斯發明的擺動。這個擺動可以顯示能量從垂直振動傳遞到螺旋彈簧上的質量的扭轉振動。在運動的過程中，其水平轉動角度會隨著垂直振動幅度的改變而改變，並且呈週期性的循環，為耦合振盪的一種。耦合振盪是指兩個原來獨立振盪的系統，在某個外力作用之下，讓彼此的振盪發生關聯並進而互相影響（國立中央大學物理學系，2022）。而韋氏擺運動的相關公式表（一）如下：</p>											
表（一）韋氏擺運動的相關公式											
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">垂直運動</th> <th style="padding: 5px;">旋轉運動</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">SHM 振動：<math>kz = -ma_z</math></td> <td style="padding: 5px;">平面旋轉：<math>\delta\theta = -I\alpha</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">SHM 振動的頻率：<math>\omega_z^2 = \frac{k}{m}</math></td> <td style="padding: 5px;">SHM 振動的頻率：<math>\omega_\theta^2 = \frac{\delta}{I}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">週期：<math>T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}</math></td> <td style="padding: 5px;">週期：<math>T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\delta}}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">其中 <math>k</math> 為彈性係數、<math>m</math> 為吊掛的質量</td> <td style="padding: 5px;">其中 <math>\delta</math> 為扭力係數、<math>I</math> 為轉動慣量</td> </tr> </tbody> </table>	垂直運動	旋轉運動	SHM 振動： $kz = -ma_z$	平面旋轉： $\delta\theta = -I\alpha$	SHM 振動的頻率： $\omega_z^2 = \frac{k}{m}$	SHM 振動的頻率： $\omega_\theta^2 = \frac{\delta}{I}$	週期： $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	週期： $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\delta}}$	其中 $k$ 為彈性係數、 $m$ 為吊掛的質量	其中 $\delta$ 為扭力係數、 $I$ 為轉動慣量	
垂直運動	旋轉運動										
SHM 振動： $kz = -ma_z$	平面旋轉： $\delta\theta = -I\alpha$										
SHM 振動的頻率： $\omega_z^2 = \frac{k}{m}$	SHM 振動的頻率： $\omega_\theta^2 = \frac{\delta}{I}$										
週期： $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	週期： $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\delta}}$										
其中 $k$ 為彈性係數、 $m$ 為吊掛的質量	其中 $\delta$ 為扭力係數、 $I$ 為轉動慣量										
											
圖（一）韋氏擺運動示意圖											

觀察在影片中韋氏擺的運動後，我們產生了下列疑問：

1. 垂掛物重量是否會影響彈性係數？有何種關係？
2. 彈簧粗細是否會影響彈性係數？有何種關係？
3. 垂掛物重量是否會影響垂直運動頻率？有何種關係？
4. 彈簧粗細是否會影響垂直運動頻率？有何種關係？
5. 垂掛物重量是否會影響角頻率？有何種關係？
6. 彈簧粗細是否會影響角頻率？有何種關係？

而根據上表（一）的公式，我們提出了下列的假設：

1. 垂掛物重量不會影響彈性係數

由於彈性係數的計算公式為：

$$\text{增加重量}(gw) / \text{彈簧伸長量}(x) = \text{彈性係數}(k)$$

且根據虎克定律，彈簧所受彈力與彈簧的形變量（伸長量）呈現正關係，所以我們推測垂掛物重量不會影響彈性係數。

2. 彈簧粗細會影響彈性係數

根據中央大學物理所余韋德關於虎克定律的文章，彈簧的彈性係數會因彈簧的材質、長短與粗細而有所不同。

3. 垂掛物重量會影響垂直運動頻率

根據上表（一）的公式，在彈性係數( $k$ )不變的情況下：

$$\omega_z^2 \propto \frac{1}{m}$$

因此我們推測垂掛物重量( $m$ )會影響垂直運動頻率( $\omega_z^2$ )。

4. 彈簧粗細會影響垂直運動頻率

根據上表（一）的公式，在垂掛物質量( $m$ )不變的情況下：

$$\omega_z^2 \propto k$$

而彈簧的粗細會影響彈力係數( $k$ )，因此我們推測會影響垂直運動頻率( $\omega_z^2$ )。

5. 垂掛物重量會影響角頻率

越接近理想的韋氏擺其垂直振動週期和水平轉動週期差距極小，代表其垂直振動頻率和水平轉動頻率的差距也極小，我們由此推測垂直振動頻率的改變會影響水平轉動頻率。而根據 3.，我們認為垂掛物重量會影響垂直運動頻率，進而推測垂掛物重量也會影響到水平轉動頻率（即角頻率）。

6. 彈簧粗細會影響角頻率

同 5.，我們認為垂直振動頻率的改變會影響水平轉動頻率。而根據 4.，我們認為彈簧的彈性係數會影響垂直運動頻率，進而推測彈簧的彈性係數也會影響到水平轉動頻率（即角頻率）。

#### 四、探究方法與驗證步驟

## 一、研究方法：

- (一) 我們使用 1 個 L 型桌邊夾、2 個彈簧( 粗細各一 )、1 個鐵螺紋棒、12 個螺母( 增加重量用 ) 以及絕緣膠帶來製作韋氏擺裝置。
- (二) 我們另外在鐵螺紋棒的兩端和彈簧的中間黏上乒乓球，並用有色膠帶標示，以便於在使用 Tracker 軟體時更容易追蹤運動軌跡。
- (三) 角頻率的計算：

$$\text{角頻率} = \frac{1}{T} \quad (\text{單位：} 1/s) \quad \text{角速度} = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{單位：} ^\circ/s), \text{ 其中 } T \text{ 為週期}$$

$$\text{由上面兩公式可得：角頻率} = \frac{\text{角速度}}{2\pi}$$

所以我們藉由角速度的變化來得知角頻率的變化

## 二、實驗步驟：

- (一) 實驗一：求彈性係數與垂直運動頻率
  1. 將彈簧垂掛於支架上，並以膠帶黏上鐵螺紋棒。
  2. 輪流測量拴上 2、4、6、8、10、12 個螺母時彈簧的長度，並記錄下來。
  3. 換成細彈簧再重複一次以上動作。
  4. 將結果計算以得知彈性係數及 SHM 振動頻率。
- (二) 實驗二：求水平轉動頻率( 以下以角頻率代表之 )
  1. 將彈簧垂掛於支架上，並以膠帶黏上鐵螺紋棒。
  2. 分別拴上 4、8、12 個螺母後，用手向下拉並釋放，使其運動。
  3. 釋放的同時使用 2 台手機分別由側面和正下方拍攝其運動情形。
  4. 換成細彈簧再重複一次以上動作。
  5. 利用 Tracker 軟體取得其水平轉動的角速度。

## 三、實驗結果：

- (一) 彈性係數與垂掛物重量之關係：

表 ( 二 ) 粗彈簧伸長量測量與彈性係數計算結果

垂掛質量(gw)	23.5	26	28.5	31	33.5	36	平均：1.167gw/cm
彈簧長度(cm)	77	79	82	84	86	88	
彈簧伸長量(cm)		2	3	2	2	2	
彈性係數(k)		1.25	0.834	1.25	1.25	1.25	

表 ( 三 ) 細彈簧伸長量測量與彈性係數計算結果

垂掛重量(gw)	23.5	26	28.5	31	33.5	36	平均：0.6gw/cm
彈簧長度(cm)	70	75	79	83	87	91	
彈簧伸長量(cm)		5	4	4	4	4	
彈性係數(k)		0.5	0.625	0.625	0.625	0.625	

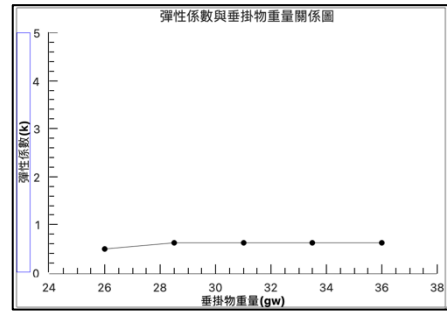
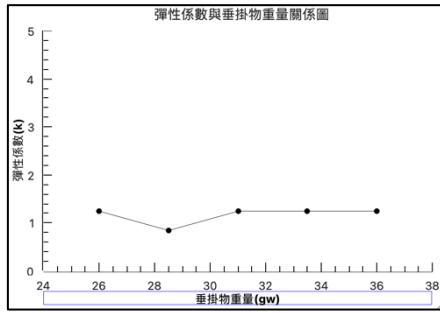
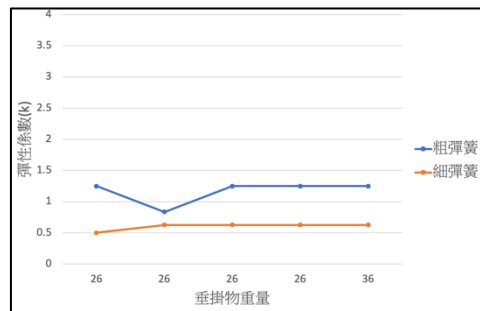


圖 (二) 粗彈簧彈性係數與垂掛物重量關係圖 圖 (三) 細彈簧彈性係數與垂掛物重量關係圖  
粗彈簧及細彈簧的彈性係數並不會隨著垂掛物的重量改變而有明顯改變。有些微不同可能是測量彈簧長度時的誤差所造成。

(二) 彈性係數與彈簧粗細之關係：

表 (四) 粗彈簧與細彈簧彈性係數

粗彈簧彈性係數(k) (平均值)	1.167
細彈簧彈性係數(k) (平均值)	0.6



粗彈簧的彈性係數大於細彈簧的彈性係數。

圖 (四) 彈性係數與彈簧粗細之關係圖

(三) 垂直運動頻率與垂掛物重量之關係：

表 (五) 粗彈簧垂直運動頻率與垂掛物重量關係

彈性係數(k)	1.167					
垂掛質量(g)	23.5	26	28.5	31	33.5	36
SHM 振動頻率( $\omega_z^2$ )	0.050	0.045	0.041	0.038	0.035	0.033

表 (六) 細彈簧垂直運動頻率與垂掛物重量關係

彈性係數(k)	0.6					
垂掛質量(g)	23.5	26	28.5	31	33.5	36
SHM 振動頻率( $\omega_z^2$ )	0.026	0.023	0.021	0.019	0.018	0.017

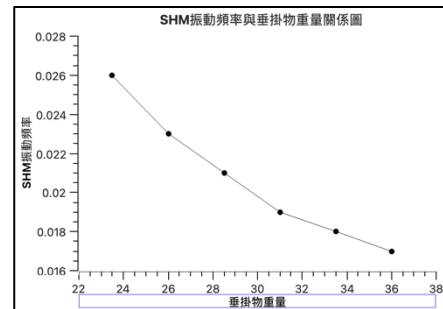
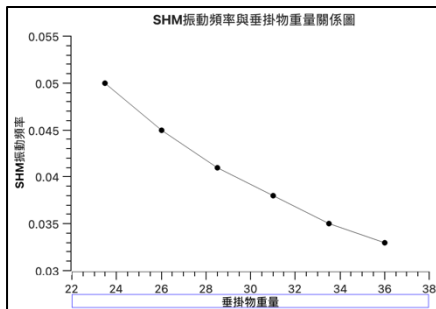
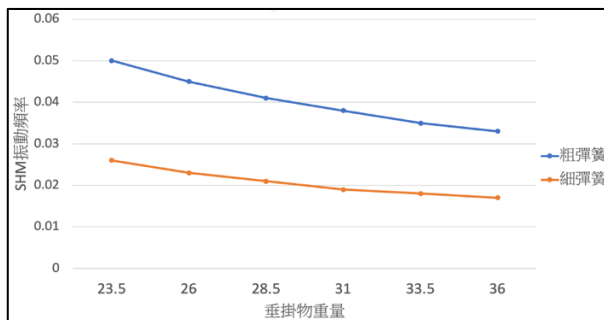


圖 (五) 粗彈簧垂直運動頻率與垂掛物重量關係圖 圖 (六) 細彈簧垂直運動頻率與垂掛物重量關係圖  
粗彈簧及細彈簧垂直方向的 SHM 振動頻率( $\omega_z^2$ )都隨著垂掛物的重量增加而減少。

(四) 垂直運動頻率與彈簧粗細之關係：

表(七) 垂直運動頻率與彈簧粗細關係

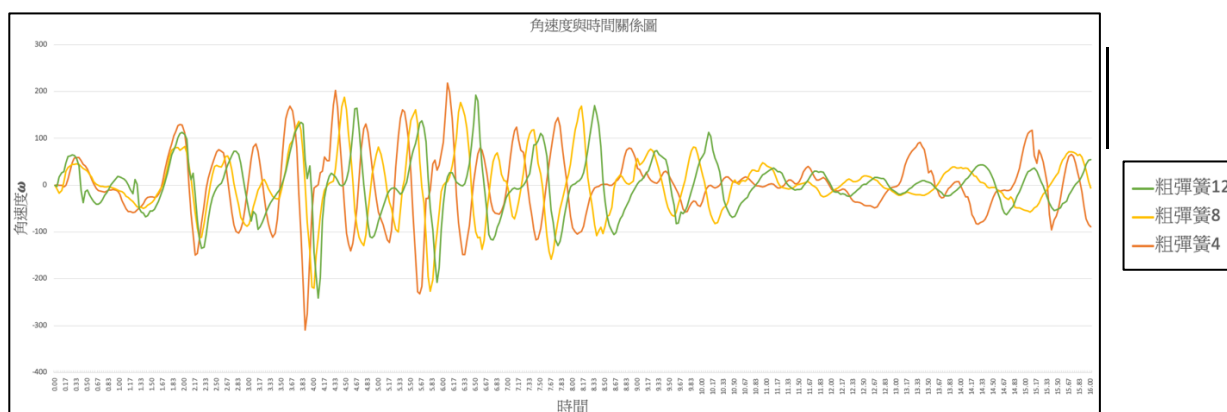
垂掛重量(gw)	23.5	26	28.5	31	33.5	36
粗彈簧 SHM 振動頻率( $\omega_z^2$ )	0.050	0.045	0.041	0.038	0.035	0.033
細彈簧 SHM 振動頻率( $\omega_z^2$ )	0.026	0.023	0.021	0.019	0.018	0.017



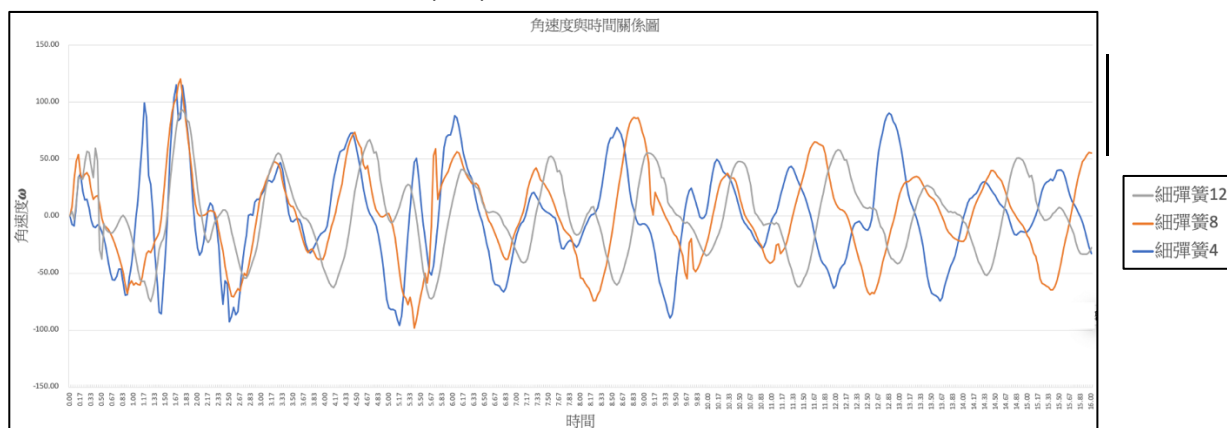
圖(七) 垂直運動頻率與彈簧粗細之關係圖

垂掛相同重量時，粗彈簧垂直方向的 SHM 振動頻率( $\omega_z^2$ )大於細彈簧垂直方向的 SHM 振動頻率( $\omega_z^2$ )。

(五) 角頻率與垂掛物重量之關係：



圖(八) 粗彈簧角速度與時間之關係圖

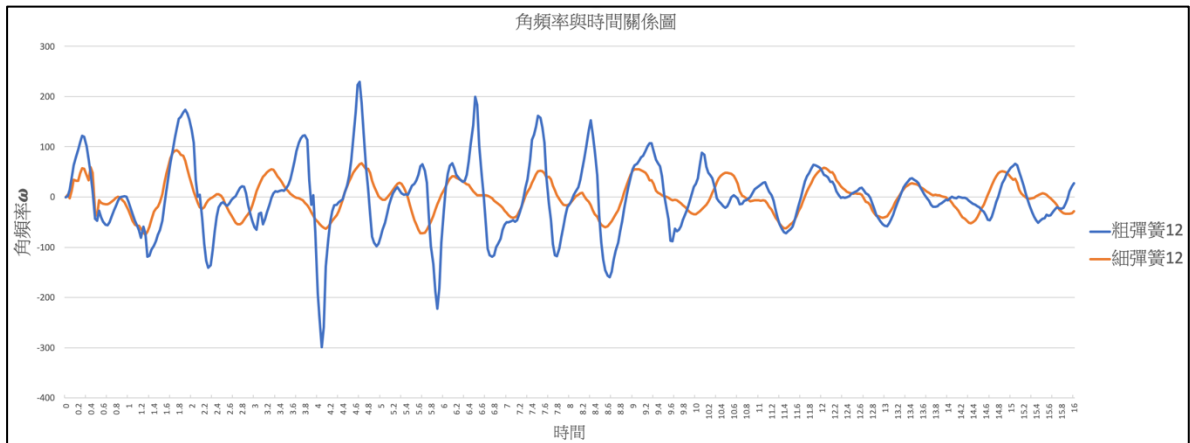


圖(九) 細彈簧角速度與時間之關係圖

無論粗彈簧或細彈簧的角速度( $\omega$ )量值都隨著重量增加而變小，表示角頻率也都隨著重

量增加而變小。

(六) 角頻率與彈簧粗細之關係：



圖(十) 角頻率與時間之關係圖

在相同重量下，粗彈簧的角速度( $\omega$ )量值大於細彈簧的角速度( $\omega$ )量值；換而言之，在相同重量下，粗彈簧的角頻率量值大於細彈簧的角頻率量值。

## 五、結論與生活應用

### 一、結論：

- (一) 彈性係數不會受垂掛物重量影響，但較粗的彈簧彈性係數較大。
  - (二) 垂掛物愈輕、所使用彈簧愈粗，韋氏擺垂直運動頻率愈大。
  - (三) 垂掛物愈輕、所使用彈簧愈粗，韋氏擺水平轉動頻率愈大。
- 以上三點皆與我們所搜尋到的文獻資料相符合。

### 二、生活應用：

韋氏擺可以用來測定彈簧扭轉彈力常數。除此之外，它的裝置製作並不複雜。即 在家也可以運用簡單的材料製作韋氏擺，並觀察能量從垂直振動傳遞到水平振動這 個有趣的物理現象，適合用來推廣物理，讓更多人瞭解物理的有趣。

## 參考資料

Miro Plavčić, Paško Županović and Željana Bonačić Lošić. (2009). *The resonance of the Wilberforce pendulum and the period of beats.*

陳昀竺、王承皓 (2022)。探曠索「韋」—探討韋氏擺的耦合振盪情形與應用。中華民國第 62 屆中小學科學展覽會作品。

國立中央大學物理學系 (2022)。普通物理實驗。2023 年 4 月 2 日，取自

[http://generalphysicslab.phy.ncu.edu.tw/phy\\_lab/coupling\\_osc.htm](http://generalphysicslab.phy.ncu.edu.tw/phy_lab/coupling_osc.htm)

2022 第五屆全國高中物理探究實作競賽賽前科學競賽培訓營